



## Optimering af energisystemer

Et indledende forsøg på dimensionering af energisystemer ved hjælp af optimeringsmetoder(space mapping metoden)

**Pedersen, Frank; Heller, Alfred**

*Publication date:*  
2001

*Document Version*  
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

### *Citation (APA):*

Pedersen, F., & Heller, A. (2001). *Optimering af energisystemer: Et indledende forsøg på dimensionering af energisystemer ved hjælp af optimeringsmetoder(space mapping metoden)*. Byg Rapport No. R-015  
<http://www.byg.dtu.dk/publications/rapporter/byg-r015.pdf>

---

### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Frank Pedersen  
Alfred Heller

## Optimering af Energisystemer

Et indledende forsøg på dimensionering af  
energisystemer ved hjælp af  
optimeringsmetoder

Rapport  
BYG•DTU R-015  
2001  
ISSN 1601-2917  
ISBN 87-7877-080-7

# Optimering af Energisystemer

Et indledende forsøg på dimensionering af  
energisystemer ved hjælp af  
optimeringsmetoder

Frank Pedersen  
Alfred Heller

**Department of Civil Engineering**  
**DTU-bygning 118**  
**2800 Kgs. Lyngby**  
<http://www.byg.dtu.dk>

2002

# **1 Forord**

Nærværende rapport gengiver de aktiviteter der er igangsat vedrørende anvendelse af optimering til dimensionering af energisystemer, herunder solvarmeanlæg, fjernvarmesystemer og meget mere. Den her afrapporterede del er finansieret gennem basisbevilling, år 2001, til Solenergicentret fra Energistyrelsen. Tak til Energistyrelsen for denne håndsækning.

Formålet med rapporten er bl.a. at få igangsat diskussionen om anvendelse af numerisk optimering i ingeniørfagene. Dette er nødvendig da ikke-optimale systemer forårsager ressourcespild som vores økosystemer ikke kan bære. Herudover er gennemgangen nedskrivning af de første resultater i bestræbelsen af at udvikle algoritmer/procedurer til optimering der udnytter de forhold der er gældende for energisystemer og som kan medføre meget hurtigere metoder.

Rapporten er skrevet til energiteknikere og ikke matematikere, hvorved sproget er holdt relativt simpelt. Alligevel kræves matematisk notation for at forklare tingene hvilket nogle læsere vil studse over.

## Indholdsfortegnelse

<b>1</b>	<b>FORORD .....</b>	<b>1</b>
	<b>INDHOLDSFORTEGNELSE .....</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>INDLEDNING .....</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>BAGGRUND .....</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>PROBLEMSTILLING .....</b>	<b>4</b>
4.1	MODELLEN DER SKAL OPTIMERES .....	4
4.2	PRISMODELLER .....	5
4.3	ILLUSTRATION AF PROBLEMSTILLINGEN .....	6
<b>5</b>	<b>INDFØRELSE AF MATEMATISK NOTATION .....</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>NELDER-MEAD SIMPLEX METODEN .....</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>RESULTATER OPNÅET MED NELDER-MEAD SIMPLEX METODEN .....</b>	<b>11</b>
<b>8</b>	<b>SPACE MAPPING METODEN .....</b>	<b>12</b>
<b>9</b>	<b>RESULTATER OPNÅET MED SPACE MAPPING METODEN .....</b>	<b>15</b>
<b>10</b>	<b>STRUKTUR AF MATLAB KODEN .....</b>	<b>18</b>
<b>11</b>	<b>KONKLUSION .....</b>	<b>19</b>
<b>12</b>	<b>LITTERATURLISTE .....</b>	<b>20</b>

## 2 Indledning

Mangeårig erfaring fra samarbejde med forskere, rådgivende ingeniører og industrien, har vist at optimeringen ofte er brugt ubevist og at metoderne er ret simple. Typisk beregner man hele problemdomænen i faste intervaller og problemet begrænses typisk til 1-2 dimensioner, da man ellers taber overblikket. Resultaterne plottes som grafer og man vælger de parametre, der giver den laveste værdi, som de optimale parametre. Fremgangsmåden er meget simpel, og gør det enkelt at skelne mellem lokale og globale optima. På trods af disse fordele anbefales det dog at anvende numeriske metoder der kan klare mere komplekse problemer med flere optimerbare parametre end den nævnte ad-hoc metode.

Den foreliggende rapport er et første forsøg fra forfatterens side til at tilvejebringe metoder og værktøjer der letter overgangen til en automatiseret optimering og dermed øger anvendelsen af numerisk optimering i ingeniørernes arbejde. Det postuleres at være nødvendigt, da vi ellers får for mange ikke-optimale og måske endda dårlige løsninger og dermed spild af ressourcer som vores økosystem ikke kan klare.

Ved dimensionering af energianlæg vil økonomiske faktorer tit være afgørende for realiseringen af projektet. Det er altså ofte tekniske størrelse, omregnet til økonomiske værdier der anvendes til at optimere tekniske systemer. F.eks. vil man omregne et solvarmeanlægs ydelse til kr. pr. energienhed, der sammenholdes med investeringen og den tid der går inden investeringen er indtjent i form af besparelser. Derfor er det typisk disse økonomiske tal der anvendes som kriterier for en optimering. Optimeringen selv går ud på at finde et sæt parameter (f.eks. dimensioner af komponenter) der medfører den optimale værdi af et givent kvalitetsmål for løsningen, "objektfunktionen".

Der findes utallige optimeringsmetoder. Denne rapport omhandler optimering af energisystemer vha. Nelder-Mead simplex metoden, samt space-mapping metoden. Nelder-Mead metoden er meget simpel, og har langsom konvergens, dvs. der skal foretages mange modelsimuleringer inden en tilfredsstillende løsning er fundet. Til gengæld er den meget robust.

Space mapping metoden er specielt udviklet til optimering af beregningstunge modeller, og er tidligere anvendt til løsning af optimeringsproblemer indenfor mikrobølgeteknik og reservoirgeologi, se [4,5,6,7]. Metoden vurderes egnet til løsning af optimeringsproblemer vedrørende energisystemer. Denne metode er stadig under udvikling, men det forventes muligt at finde en mere robust udgave, der kan optimere de betragtede modeller med betydeligt færre modelsimuleringer end tilfældet er for Nelder-Mead metoden.

## 3 Baggrund

Energisystemer optimeres typisk med hensyn til ydelse for fastholdt investering, pris-/ydelsesforhold eller energi prisen. Dette udføres i design og opbygningsfasen. Tiden er her ikke en kritisk faktor men udfordringen ligger i den ofte uoverskuelige frihedsgrad, dvs. de mange valgmuligheder.

Alternativt kan formålet med optimeringen være at styre driften af et varmeanlæg for at minimere driftsomkostningerne. Dette kræver svar meget hurtig, ofte "real time" det vil sige at svaret indgår i styringen der skal udføres med det samme og dermed påvirker

systemet løbende. Derfor kræves at optimeringen gennemføres hurtigt, hvilket udelukker en hel række metoder.

Optimeringen har til formål at finde frem til et sæt parametre, der fastlægger systemets design på en sådan måde at et givet kvalitetsmål for systemet minimeres/maksimeres. Det ligger i sagens natur at man kun ønsker at justere de parametre, der påvirker det valgte kvalitetsmål. Mange i praksis forekommende systemer er ofte ret komplicerede og dynamiske, hvorfor man har brugt mange ressourcer på at udvikle computermodeller, der kan benyttes til simulering af deres virkemåde. Kvalitetsmålet for et givet sæt parametre kan f.eks. fremkomme ved at man simulerer systemets virkemåde over et eller flere år, hvorefter en størrelse, der beskriver systemets samlede virkemåde benyttes som kvalitetsmål. For et energisystem kan dette f.eks. være den årlige energiproduktion, eller pris-/ydelsesforholdet.

Det betragtede system optimeres ved at den valgte optimeringsmetode iterativt estimerer de optimale parametre. Disse overføres til det pågældende simulationsprogram, der foretager en simulering af systemet, hvorefter kvalitetsmålet for de aktuelle parametre bestemmes. På baggrund af denne størrelse foretager optimeringsmetoden et nyt estimat af de optimale parametre. Denne proces gentages indtil en tilfredsstillende løsning er opnået.

Såvel modeller til energisystemer som metoder til optimering er mangfoldige. I det følgende anvendes den samme model mens der sammenlignes to grundlæggende forskellige optimeringsmetoder. Den første metode viser den mere traditionelle måde at optimere på, mens den anden metode er under udvikling til det foreliggende formål, optimering af beregningskrævende modeller, f.eks. modeller der beskriver energisystemer.

## **4 Problemstilling**

I det følgende betragtes et skoleeksempel for optimering af store solfangeranlæg. Der ønskes bestemt hvor langt solfangerne skal stå fra hinanden og hvilken hældning de skal have, for at minimere systemets pris-/ydelsesforhold. Denne størrelse afhænger af solens indfaldsvinkel, der afhænger af solfangerens hældning, skyggevirkningen mellem solfangerrækkerne og omkostninger for installation og grundarealet.

### **4.1 Modellen der skal optimeres**

Den anvendte model er opbygget i TRNSYS, [2], der er et simuleringsprogram der anvendes internationalt til dimensionering af solvarmeanlæg. Der ses udelukkende på solfangerfeltet. Indløbstemperaturen er holdt konstant på 30 °C hvilket er en tilnærmelse. Der anvendes en såkaldt max-flow-metode der er diskuteret nærmere i [2] og sammenlignet med andre metoder. Metoden er simpel og reproducerbar, hvorfor den er valgt til foreliggende opgave. Resultaterne fra metoden er ikke helt rigtige da væskestrømmen gennem solfangerne er urealistisk høj. Værdierne er ideale og ligger 5-10% højere end realistiske væskestrømme. Dog vurderes værdierne egnede til sammenligning af forskellige systemer. Et andet forhold der gør værdierne for høje, er at indløbstemperaturen er relativt lav for fjernvarmesystemer, specielt om sommeren. Dette forhold kan meget enkelt tilpasses ved optimeringerne og tages ikke i betragtning i det følgende, da det er optimeringsalgoritmerne der står i fokus.

Det betragtede anlæg består af 32 rækker med 10 solfangere i hver række. Hver solfanger er 2x6 m. Det samlede transparente solfangerareal er dermed 3840 m<sup>2</sup>.

## 4.2 Prismodeller

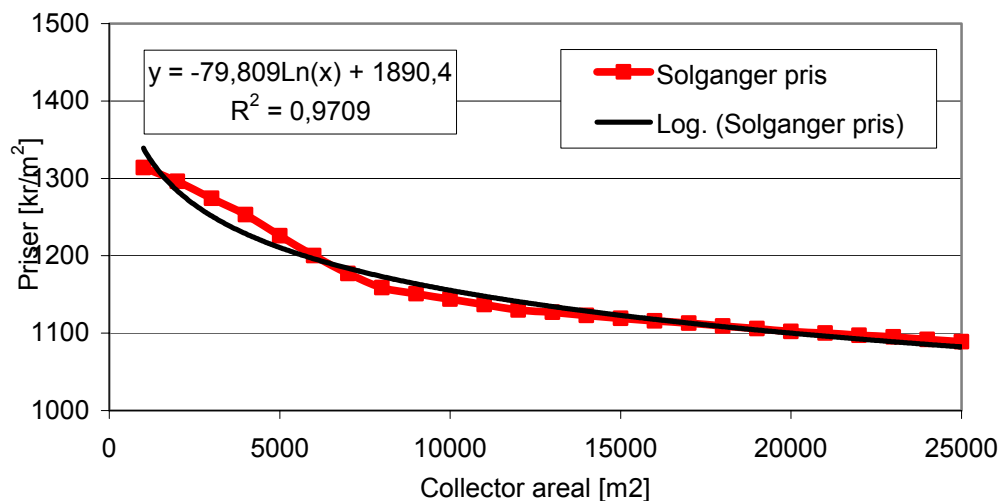
Grundarealet, dvs. det areal som solfangeren står på, fås som afstanden mellem rækkerne gange antal mellemrum mellem rækkerne gange længden af hver række, dvs.  $d \cdot 31 \cdot 10 \cdot 2 \text{ m} = d \cdot 620 \text{ m}$ , hvor  $d$  er afstanden mellem rækkerne i meter. Ved at sætte grundens arealpris til  $200 \text{ kr/m}^2$  fås følgende model for grundprisen:

$$\text{GrundPris} = d \cdot 124000 \frac{\text{kr}}{\text{m}}$$

Priskurven for HT-solfangere fra ARCON Solvarme A/S er vist i figur 1. Denne kan approksimeres med følgende udtryk:

$$\text{SolfangerArealPris} = -79.809 \cdot \ln(\text{Areal}) + 1890.4$$

Med et areal på  $3840 \text{ m}^2$  fås dermed en arealpris på  $1604 \text{ kr/m}^2$ , og den samlede pris for solfangerne er dermed  $6.160.658 \text{ kr}$ .



Figur 1. Priskurve for HT solfangere fra ARCON A/S. En logaritmisk approksimation er tillige vist.

Rørføringspris sættes til  $200 \text{ kr./m}$ , hvilket er en erfaringspris fra RAMBØLL som har dimensioneret de fleste store anlæg i Danmark. Rækkerne skal forbindes med hinanden i hver ende, dvs. der skal bruges et antal meter rør svarende til det dobbelte af den totale længde af grunden, hvilket giver  $2 \cdot 31 \cdot d$ . Prismodellen for rørføringen bliver dermed:

$$\text{RørPris} = d \cdot 12400 \frac{\text{kr}}{\text{m}}$$

Den samlede prismodel bliver dermed:

$$\text{SamletPris} = d \cdot 136400 \frac{\text{kr}}{\text{m}} + 6160658 \text{ kr}$$



Pris-/ydelsesforholdet fås dermed som forholdet mellem investeringen og den producerede energi, som omregnes fra MWh til kWh:

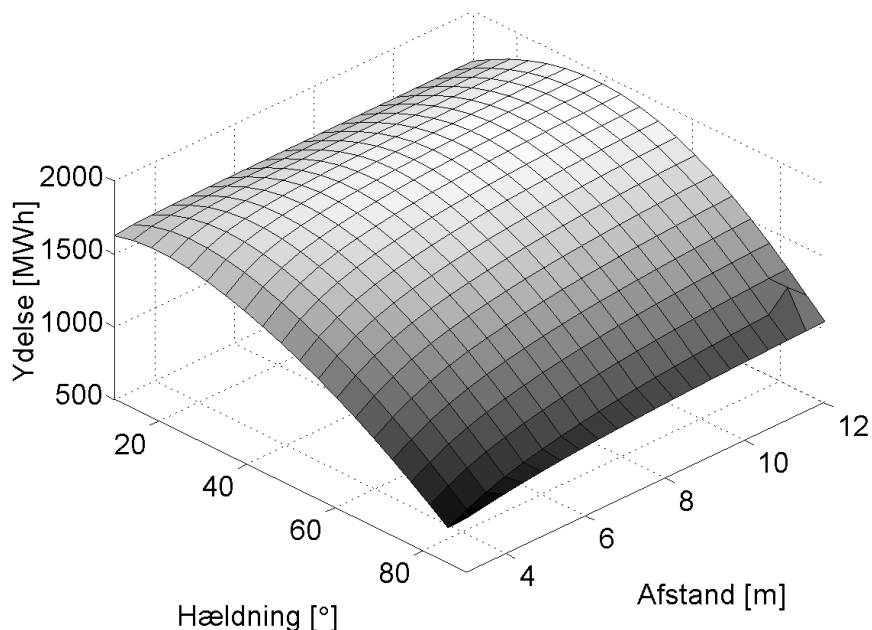
$$\text{Pris/Ydelse} = \frac{\text{SamletPris}}{1000 \cdot \text{Ydelse}} \left[ \frac{\text{kr}}{\text{kWh}} \right]$$

hvor ydelsen som nævnt beregnes vha. simuleringsprogrammet TRNSYS.

### 4.3 Illustration af problemstillingen

Den samlede energiproduktion afhænger af solens gang på himlen samt solfangerens evne til at udnytte indstrålingen ved forskellige vinkler. Forskellige solfangere vil derfor have forskellig optimal hældning. En afvigelse fra den optimale hældning vil medføre lavere produktion, og dermed højere pris-/ydelsesforhold.

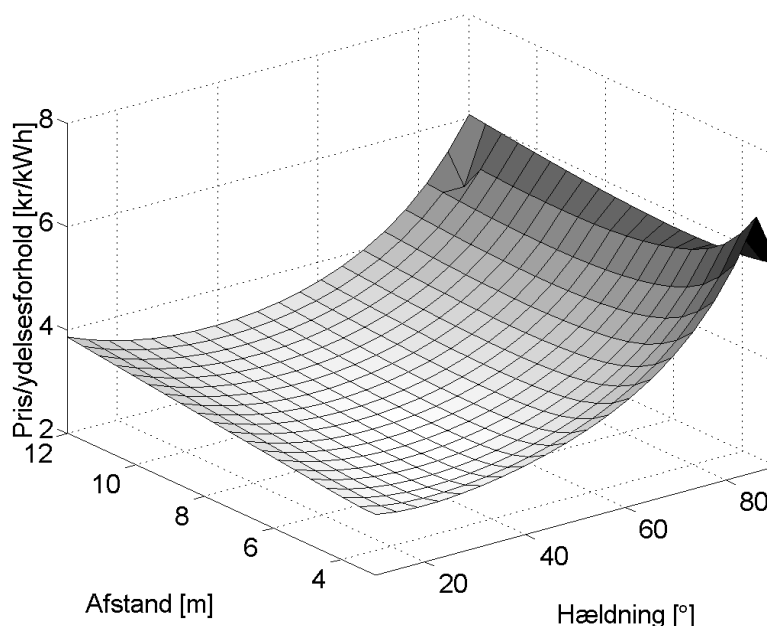
I figur 2 er vist et plot af den årlige ydelse som funktion af solfangerens hældning samt afstanden mellem rækkerne. Vi ser at ydelsen bliver ved med at vokse med afstanden mellem solfangerrækkerne.



*Figur 2. Plot af ydelsen som funktion af solfangernes hældning samt afstanden mellem rækkerne. Vi ser at ydelsen øges med afstanden, og at hældningen medfører en øget produktion fra vandret til værdier mellem 30-40°, hvorefter ydelsen aftager igen.*

For fastholdt hældning vil større afstand mellem rækkerne give højere produktion, da solfangerne dermed overskygger hinanden mindre. Ydelsen vil vokse mod en mætningsværdi, da den gensidige overskygning går mod 0 for stigende afstand. Antages grundprisen at være proportional med arealet, medfører dette at pris-/ydelsesforholdet aftager for små afstande og vokser for store afstande. Dette betyder at pris-/ydelsesforholdet vil have et minimum, der kan findes vha. optimeringsmetoder.

I figur 3 er vist et plot af pris-/ydelsesforholdet som funktion af de optimerbare parametre.



Figur 3. Plot af pris-/ydelsesforholdet som funktion af de optimerbare parametre. Funktionen har et optimum beliggende ca. i punktet  $[30^\circ, 5m]$ .

Vi ser at funktionen har et minimum, der er beliggende ca. i punktet  $[30^\circ, 5m]$ . Bemærk desuden at der er et stort område tæt på optimum, hvor pris-/ydelsesforholdet ikke ændres nævneværdigt. Denne egenskab gør at de fleste eksisterende anlæg ikke vil påvirkes nævneværdigt ved at gå fra næsten optimale parametre til optimale parametre. For optimeringsopgaver med mere udpræget variation af objektfunktionen tæt på optimum, kan man forvente en større ændring i objektfunktionen, ved at finde de optimale parametre.

## 5 Indførelse af matematisk notation

Optimering er en matematisk og numerisk disciplin, hvilket nødvendiggør en introduktion af den anvendte notation. De parametre, der justeres med henblik på optimering af systemet, kaldes de optimerbare parametre, og er i dette tilfælde givet ved:

$$\mathbf{x} = [\alpha, d]^T$$

hvor  $\alpha$  er hældningen af solfangerne i forhold til vandret, og  $d$  er afstanden mellem rækkerne. For de optimale parametre benyttes følgende notation:

$$\mathbf{x}^* = [\alpha^*, d^*]^T$$

Objektfunktionen  $F$  er i dette tilfælde pris-/ydelsesforholdet, og er en funktion af de optimerbare parametre,  $F(\mathbf{x})$ . De optimale parametre er de parametre, der minimerer  $F$ , dvs. de er givet ved

$$F(\mathbf{x}^*) = \min F(\mathbf{x})$$

Mængden af vektorer, hvor  $F$  antager sin minimumsværdi, benævnes  $\arg \min F(\mathbf{x})$ , dvs.

$$\mathbf{x}^* \in \arg \min F(\mathbf{x})$$

Normalt antages optimum at være unik, hvilket betyder at denne mængde kun indeholder et enkelt element. Derfor benyttes ofte følgende notation:

$$\mathbf{x}^* = \arg \min F(\mathbf{x})$$

I praksis er objektfunktionen ofte enten en skalær funktion, dvs.  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , eller den er givet som normen af en vektorfunktion, dvs.  $F(\mathbf{x}) = \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|$ , hvor  $\mathbf{f}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Her angiver  $n$  antal optimerbare parametre, og  $m$  antal funktioner der indgår i vektorfunktionen  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})]^T$ . Ønskes f.eks. et solfangeranlæg optimeret med hensyn til ydelsen, ved at benytte diverse designparametre som optimerbare parametre, kan dette gøres enten ved at benytte summen af ydelsen i de enkelte måneder som objektfunktion (skalær objektfunktion), eller ved at benytte en 12-dimensional vektor, bestående af ydelserne i de enkelte måneder (vektoriseret objektfunktion). Ved at benytte 1-normen af denne vektorfunktion som objektfunktion, fås den samlede ydelse, idet

$$F(\mathbf{x}) = \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|_1 = \sum_{i=1}^m |f_i(\mathbf{x})|$$

At minimere normen af en vektorfunktion svarer til at sørge for at alle funktioner, der indgår i vektorfunktionen, er nul. Haves en vektoriseret objektfunktion, kan løsningsvektoren  $\mathbf{x}^*$  dermed betragtes som løsning til følgende  $m$  ulineære ligninger med  $n$  ubekendte:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

Normalt kræves at  $m > n$ , således at ovenstående ligningssystem er overbestemt, hvilket gør løsningen mere veldefineret. Er det muligt at vektorisere objektfunktionen, opnås mere information (flere ligninger) om objektfunktionen, hvilket er at foretrække frem for en skalær objektfunktion. Dette valg afhænger dog tillige af de tilgængelige metoder til løsning af optimeringsproblemet. Nelder-Mead metoden er udviklet til optimering af skalære funktioner, mens space mapping metoden, i sin nuværende form, kan benyttes til optimering af vektorserede objektfunktioner.

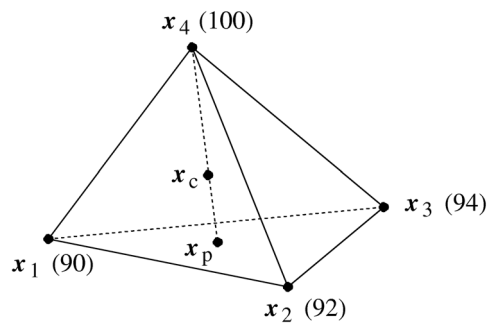
## 6 Nelder-Mead simplex metoden

Nelder-Mead simplex metoden er en optimeringsmetode, der er udviklet til optimering af skalære funktioner, hvor de afledede ikke er kendte. Metoden blev beskrevet første gang af [1]. Metoden er baseret på begrebet simplex, der også kendes fra lineær programmering. En simplex er en geometrisk figur, frembragt af  $n+1$  punkter i et  $n$ -dimensionelt vektorrum. I et 2-dimensionelt rum er en simplex en trekant, og i et 3-dimensionelt rum er det en pyramide.

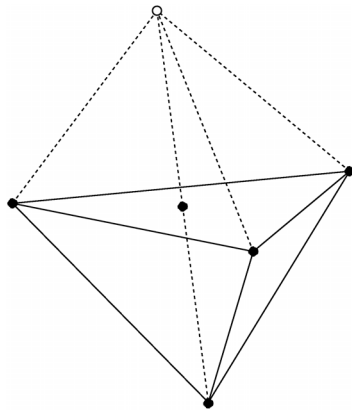
I hver iteration benyttes en metodik, der har til formål at fjerne det punkt i simplex'en, hvor objektfunktionen giver den dårligste (højeste) værdi. Metoden benytter følgende trin:

- **Projektion.** Det dårligste punkt projiceres gennem centerpunktet, ned på den modsatte flade.
- **Refleksion.** Det dårligste punkt bliver spejlet i det projicerede punkt.
- **Ekspansion.** Hvis objektfunktionen giver en bedre værdi end den dårligste værdi i det reflekterede punkt, ekspanderes søgeretningen med en faktor 2.
- **Kontraktion.** Hvis objektfunktionen ikke giver en bedre værdi end den dårligste i det reflekterede punkt, vælges et punkt midt mellem det dårligste punkt og det projicerede punkt.
- **Kontraktion omkring bedste punkt.** Hvis objektfunktionen ikke giver en bedre værdi i kontraktionspunktet, beregnes en ny simplex, hvor alle linier, der udgår fra det bedste punkt, er halveret.

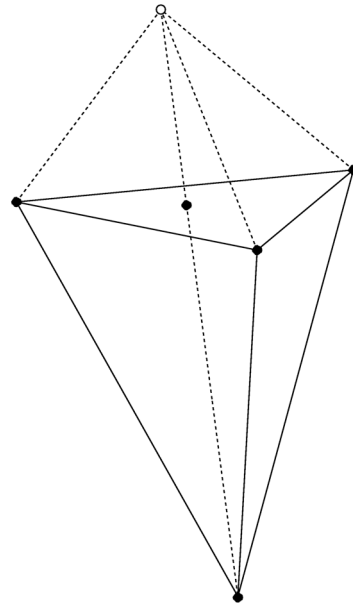
Metoden foretager som det første refleksion, som vist i figur 4, og afgør derefter hvilket af de resterende typer trin, den skal foretage. De øvrige typer trin er vist i figur 5.



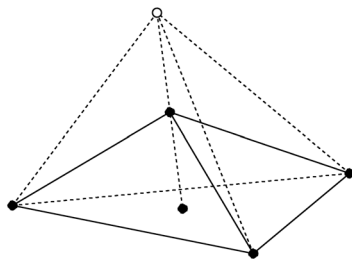
Figur 4. Illustration af en simplex i  $\mathbb{R}^3$ . Tallene i parentes angiver objektfunktionens værdi i de forskellige punkter. Punktet hvor objektfunktionens antager den dårligste værdi ( $x_4$ ) projiceres ned på den modsatte flade, gennem simplex'ens centerpunkt ( $x_c$ ). Dermed fremkommer punktet  $x_p$ .



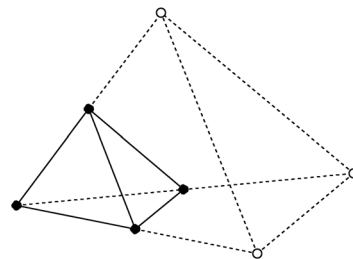
(a) Refleksion omkring  $x_p$ .



(b) Refleksion og skalering.



(c) Kontraktion.



(d) Kontraktion omkring det bedste punkt.

Figur 5. Illustration af de fire typer trin, Nelder-Mead metoden foretager.

Metoden initialiseres ved at generere en simplex, hvor alle  $n$  retninger udspænder vektorrummet  $R^n$ . Dette er nødvendigt, da metoden ellers ikke kan bevæge sig i alle retninger. Dernæst benyttes førnævnte metodik indtil et stopkriterium er opfyldt. Dette kan f.eks. være at objektfunktionen aftager mindre end en given toleranceværdi, eller at de nye punkter ligger i en afstand der er mindre end en given toleranceværdi fra de gamle punkter.

## 7 Resultater opnået med Nelder-Mead simplex metoden

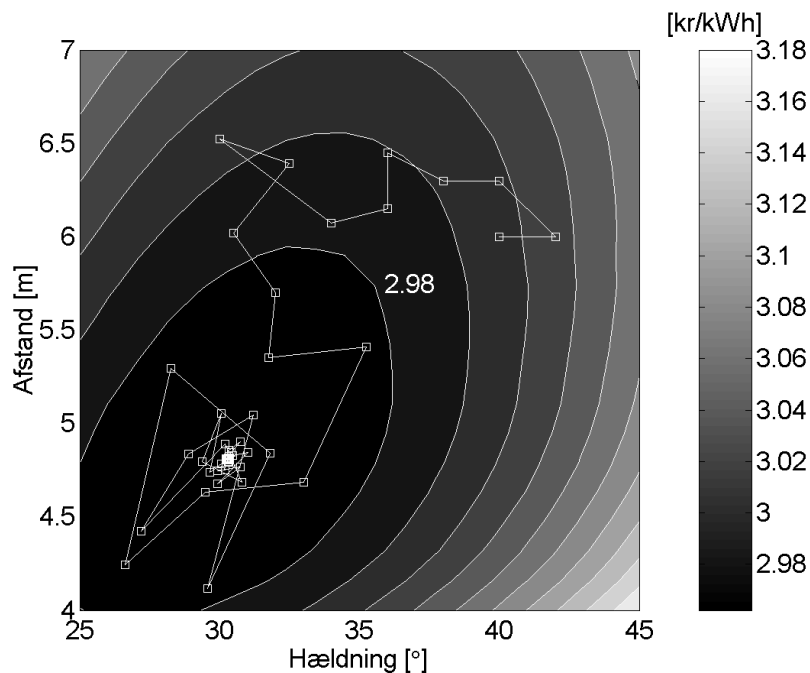
Optimeringsproblemet beskrevet i afsnit 3 vedrørende solfangeranlæg løses i første omgang vha. den implementering af Nelder-Mead simplex metoden, der indgår i Matlabs optimerings toolbox.

I figur 6 er vist et konturplot (gråtone områderne) af pris-/ydelsesforholdet. Desuden er konvergensforløbet (linien) for Nelder-Mead metoden vist. Metoden er startet i punktet  $[40^\circ \text{ } 6\text{m}]$ , hvor objektfunktionen har værdien 3,01 kr./kWh, og konvergerer mod punktet  $[30,3^\circ \text{ } 4,81\text{m}]$ , hvor objektfunktionen har værdien 2,96 kr./kWh. I forhold til det valgte startpunkt opnås dermed en forbedring på ca. 1,7% af objektfunktionen.

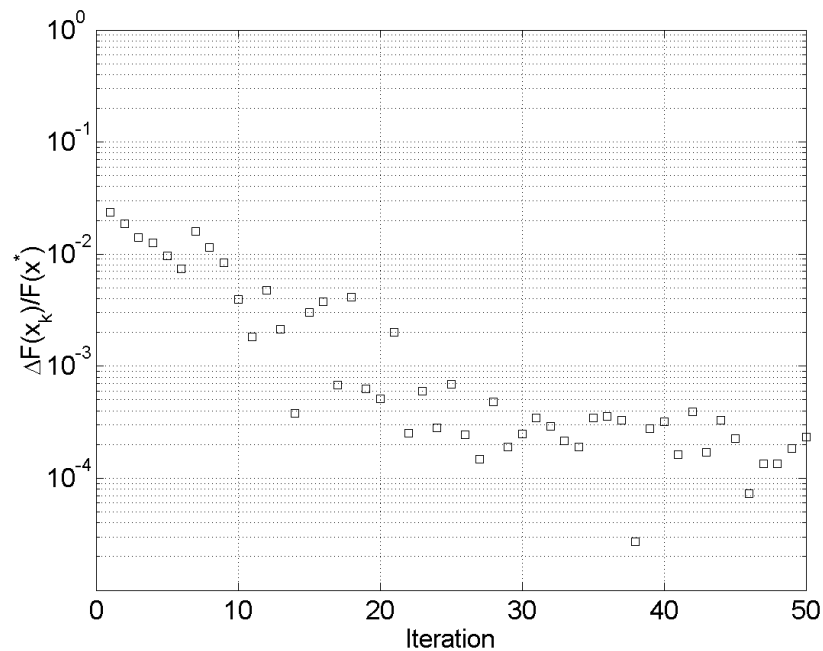
Konvergensforløb kan desuden illustreres ved at betragte objektfunktionens relative afvigelse i forhold til objektfunktionens værdi i optimum, dvs. følgende størrelse betragtes:

$$\frac{\Delta F(\mathbf{x}_k)}{F(\mathbf{x}^*)}$$

hvor  $\mathbf{x}_k$  er løsningsvektoren i den  $k$ 'te iteration, og hvor  $\Delta F(\mathbf{x}_k) = F(\mathbf{x}_k) - F(\mathbf{x}^*)$ . Denne størrelse er vist i figur 7. Vi ser at fra iteration 22 og frem er den relative afvigelse mindre end 0,1%, hvilket må betragtes som en tilfredsstillende præcision af løsningen.



Figur 6. Konturplot af pris-/ydelsesforholdet som funktion af de optimerbare parametre. Konvergensforløbet for Nelder-Mead metoden er tillige vist. Afstanden mellem konturlinierne er 0,02 kr./kWh.



Figur 7. Plot af den relative forskel mellem objektfunktionen i optimum og i de enkelte iterationer. Efter 22 simuleringer af den fine model er der opnået en løsning, hvor den relative afvigelse i objektfunktionens værdi i forhold til optimum er mindre end 0,1%.

I praksis løses mange optimeringsopgaver ved at evaluere objektfunktionen i en række punkter, hvor der varieres på en eller to parametre. De optimale parametre kan dernæst findes manuelt ved at betragte et konturplot.

Konturplottet i figur 6 er genereret ved at beregne objektfunktionen på et 20×20 net, dvs. der er benyttet 400 simuleringer i alt, men da funktionen er så glat som den er, ville det muligvis have været tilstrækkeligt med et 10×10 net, dvs. 100 simuleringer.

Nelder-Mead metoden har i dette tilfælde fundet en tilfredsstillende løsning efter 22 iterationer, dvs. en forbedring med mindst en faktor 4 i forhold til den manuelle optimeringsmetode. Desuden må man betragte det som lidt af en udfordring at optimere mere end to parametre manuelt.

Hvis den benyttede model er meget kompliceret, vil selv 22 simuleringer tage lang tid. Man må desuden forvente, at jo flere optimerbare parametre der benyttes, jo flere simuleringer skal der foretages inden en tilfredsstillende løsning er fundet. Spørgsmålet er derfor om det er muligt at nedbringe antallet af simuleringer yderligere. I næste afsnit beskrives space mapping optimeringsmetoden, der er specielt udviklet med hensyn til optimering af beregningskrævende modeller.

## 8 Space Mapping Metoden

Det tilgængelige simuleringssoftware er kendetegnet ved være til tider meget beregningskrævende og derfor vanskeligt at anvende til designoptimering og endnu vanskeligere at anvende til driftsoptimering. Derfor er der udviklet simple og hurtige modeller til formålet, dog er resultaterne til gengæld mindre pålidelige. Det er lige denne situation der gøre

anvendelse af space mapping metoden aktuel. Her forudsættes tilstedeværelse af to modelklasser:

- Pålidelige, men beregningskrævende modeller (fine modeller).
- Mindre pålidelige, men meget lidt beregningskrævende modeller (grove modeller).

Målet er at optimere problemområdet så resultatet er i overensstemmelse med den fine model, dog med den fordel at man gennemfører størstedelen af beregninger i den grove, hurtige model og dermed sparer simuleringer af den fine model. Den grove model benyttes til at forudsige den fine model, og eventuelle forskelle mellem de to modeller nedbringes vha. en "parametermapping", der benytter et relativt lille antal simuleringer af den fine model. Målet med parametermappingen er altså at nedbringe forskellen mellem den fine og grove model, således at den grove model bliver bedre til at forudsige den fine model.

Space mapping metoden kræver som sagt at brugeren forsyner den med følgende to modeller:

- Den fine model:  $\mathbf{f} : S^{(f)} \rightarrow \mathbb{R}^m$ , hvor  $S^{(f)} \subseteq \mathbb{R}^n$ . Det overordnede mål er at optimere denne model med hensyn til en norm i  $\mathbb{R}^m$ . Objektfunktionen der ønskes optimeret er dermed  $F(\mathbf{x}) = \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|$ . Den fine model er pålidelig, men beregningskrævende. Den kan være ikke-lineær, og det antages at de afledede ikke beregnes. Vektoren  $\mathbf{x}$  indeholder de optimerbare parametre for den fine model, og  $S^{(f)}$  er det fine løsningsrum.
- Den grove model:  $\mathbf{c} : S^{(c)} \rightarrow \mathbb{R}^m$ , hvor  $S^{(c)} \subseteq \mathbb{R}^n$ . Denne model antages at være betydeligt mindre beregningskrævende, men også mindre pålidelig. Denne model kan ligeledes være ikke-lineær, og det antages at de afledede beregnes. Den grove model antages at være så beregningsmæssigt billig, at beregningstiden ikke stiger nævneværdigt ved beregning af en differenztilnærmelse til de afledede. Denne model benyttes til at forsøge at forudsige den fine model. Vektoren  $\mathbf{z}$  indeholder de optimerbare parametre for den grove model, og  $S^{(c)}$  er det grove løsningsrum.

Mange optimeringsmetoder, der benyttes til optimering af ikke-lineære modeller, er så kaldte *descent metoder*, dvs. metoder der kun accepterer trin, hvis objektfunktionen aftager. Disse metoder beregner en midlertidig næste iterand i hver iteration. Hvis objektfunktionen i den midlertidig iterand er lavere end i den hidtil bedste løsning, bliver den bedste løsning opdateret med den midlertidige iterand.

Space mapping metoden tilhører den mere generelle klasse af surrogat optimerings metoder. Disse metoder beregner den midlertidige iterand ved at optimere et surrogat for den dyre model, dvs. en beregningsmæssigt billig erstatning for den dyre model. Disse metoder kan beskrives i følgende pseudo-kode:



```

Given  $\boldsymbol{\varphi}_0$ 
 $\mathbf{x}_0 \leftarrow \arg \min_{\mathbf{x}} \|\boldsymbol{\varphi}_0(\mathbf{x})\|$ 
 $F_0 \leftarrow \|\mathbf{f}(\mathbf{x}_0)\|$ 
Repeat
   $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} \leftarrow \arg \min_{\mathbf{x} \in S^{(f)}} \|\boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{x})\|$ 
   $\tilde{F}_{k+1} \leftarrow \|\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}_{k+1})\|$ 
  If  $\tilde{F}_{k+1} < F_k$ 
     $\mathbf{x}_{k+1} \leftarrow \tilde{\mathbf{x}}_{k+1}$ 
     $F_{k+1} \leftarrow \tilde{F}_{k+1}$ 
  End If
  Update  $k$ ,  $\boldsymbol{\varphi}_k$  and stop
Until stop

```

hvor

$\mathbf{x}_k$  : Den hidtil bedste iterand.  
 $\mathbf{f}_k$  :  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_k)$ , dvs. den fine model evalueret i den bedste iterand  $\mathbf{x}_k$ .  
 $\tilde{\mathbf{x}}_k$  : Den midlertidige næste iterand.  
 $\tilde{\mathbf{f}}_k$  :  $\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}_k)$ , dvs. den fine model evalueret i den midlertidige iterand  $\tilde{\mathbf{x}}_k$ .  
 $\boldsymbol{\varphi}_k$  : Surrogatet.  
stop : Stopkriteriet.

Space mapping metoden benytter en sammensat afbildning af den grove model samt ”parametermappingen”  $\mathbf{p} : S^{(f)} \rightarrow S^{(c)}$  som surrogat. Hensigten med  $\mathbf{p}$  er at få den grove model til at ligne den fine model så meget som muligt, ved at afbilde parametrene hørende til den fine model over i parameterrummet hørende til den grove model. Afbildningen er derfor defineret til at være den afbildning, der minimerer forskellen mellem den fine og den grove model:

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}) = \operatorname{argmin}_{\mathbf{z} \in S^{(c)}} \|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{c}(\mathbf{z})\|$$

Evalueringen af  $\mathbf{p}$  kaldes også *parameter ekstraktions problemet*. Da hver evaluering af  $\mathbf{p}$  indebærer en evaluering af den fine model  $\mathbf{f}$ , benyttes i stedet en approksimation  $\mathbf{p}_k(\mathbf{x}) \approx \mathbf{p}(\mathbf{x})$  i surrogatet. Hensigten er at eliminere brugen af den fine model, når surrogatet skal minimeres. Space mapping metoden benytter dermed følgende surrogat:

$$\boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{x}) = \mathbf{c}(\mathbf{p}_k(\mathbf{x}))$$

Som approksimation til  $\mathbf{p}$  kan f.eks. en linearisering benyttes, dvs.

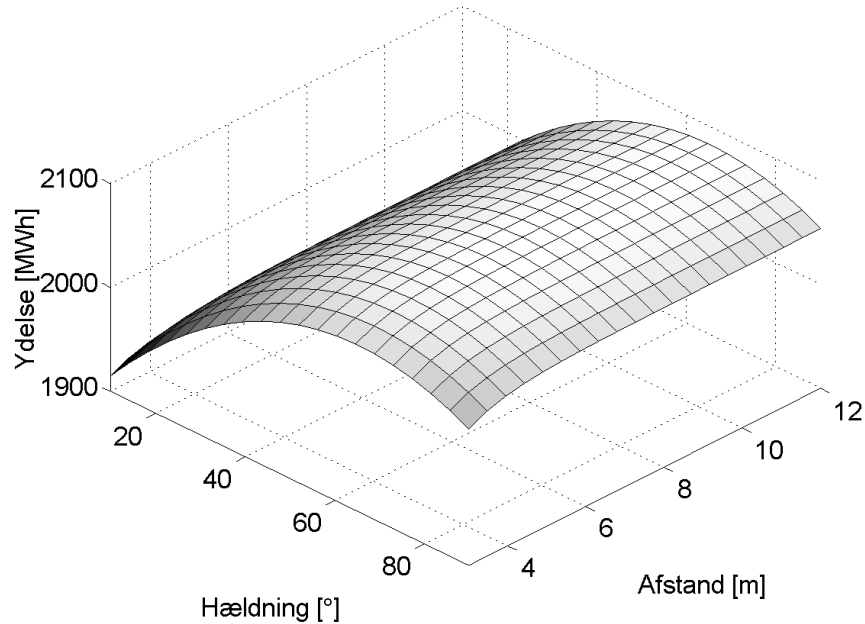
$$\mathbf{p}_k(\mathbf{x}) = \mathbf{B}_k(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) + \mathbf{z}_k$$

hvor  $\mathbf{B}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  og  $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^n$ . Surrogatet  $\phi_k$  opdateres dermed i hver iteration ved at opdatere  $\mathbf{B}_k$  og  $\mathbf{z}_k$ . Detaljerne vedrørende opdatering af disse parametre gennemgås ikke i nærværende rapport.

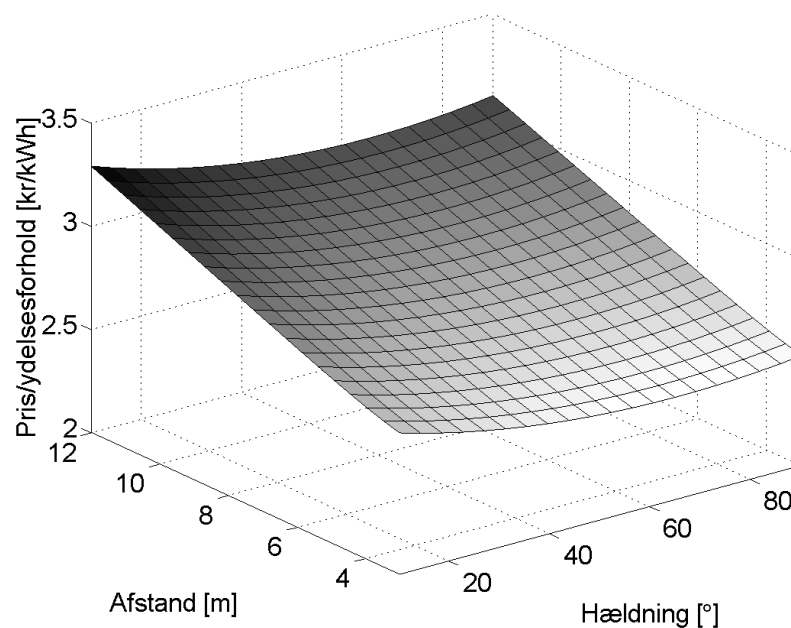
De foreløbige resultater tyder på at metoden opfører sig uhensigtsmæssigt, når den skal håndtere punkter, der befinder sig på randen af det fine løsningsrum. Derfor har vi i nærværende rapport valgt startgæt, der er relativt tæt på løsningen, for at sikre at metoden ikke finder punkter på randen i løbet af konvergensforløbet.

## 9 Resultater opnået med space mapping metoden

Vi betragter det samme optimeringsproblem som i afsnit 3, men ønsker denne gang at løse problemet vha. space mapping metoden. Som nævnt kræver denne metode tilstedeværelse af både en fin og en grov model. Som fin model benyttes den nævnte TRNSYS-model, og som grov model benyttes en model baseret på simple, aritmetiske udtryk, der er genereret således at den grove model tilnærmelsesvis ligner den fine model. I figur 8 er vist et plot af den årlige ydelse, beregnet ved hjælp af den grove model. I figur 9 er vist et plot af pris-/ydelsesforholdet beregnet på basis af den grove model.



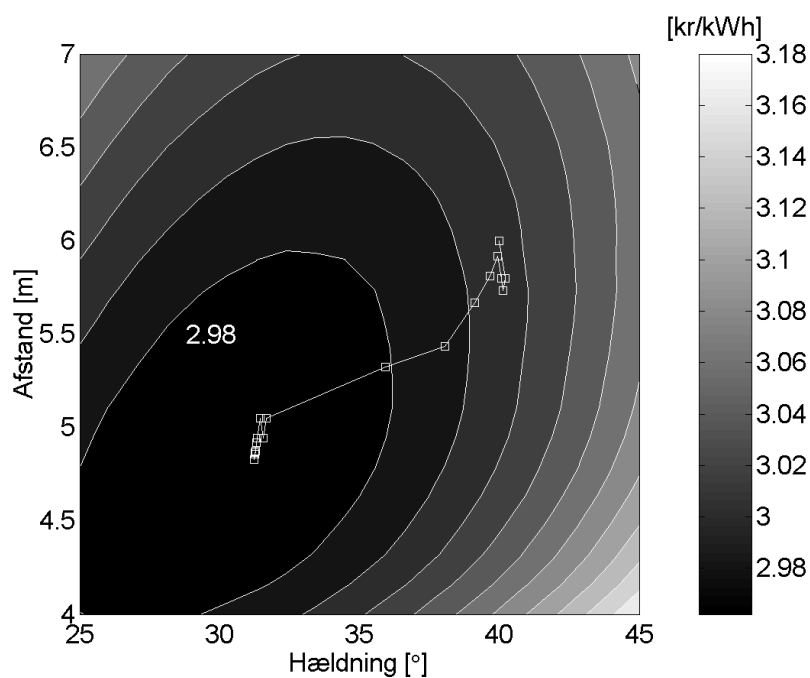
Figur 8. Plot af ydelsen beregnet ved hjælp af den grove model, som funktion af de optimerbare parametre.



Figur 9. Plot af pris-/ydelsesforholdet, baseret på den grove model, som funktion af de optimerbare parametre.

I figur 10 er vist et konturplot af pris-/ydelsesforholdet, baseret på den fine model, samt konvergensforløbet for space mapping metoden.

Metoden er startet i samme punkt som Nelder-Mead metoden, dvs. punktet  $[40^\circ \text{ } 6\text{m}]$ , og konvergerer mod punktet  $[31,3^\circ \text{ } 4,87\text{m}]$ , hvor objektfunktionen har værdien 2,96 kr./kWh, dvs. der opnås tillige en forbedring på 1,7% med space mapping metoden.

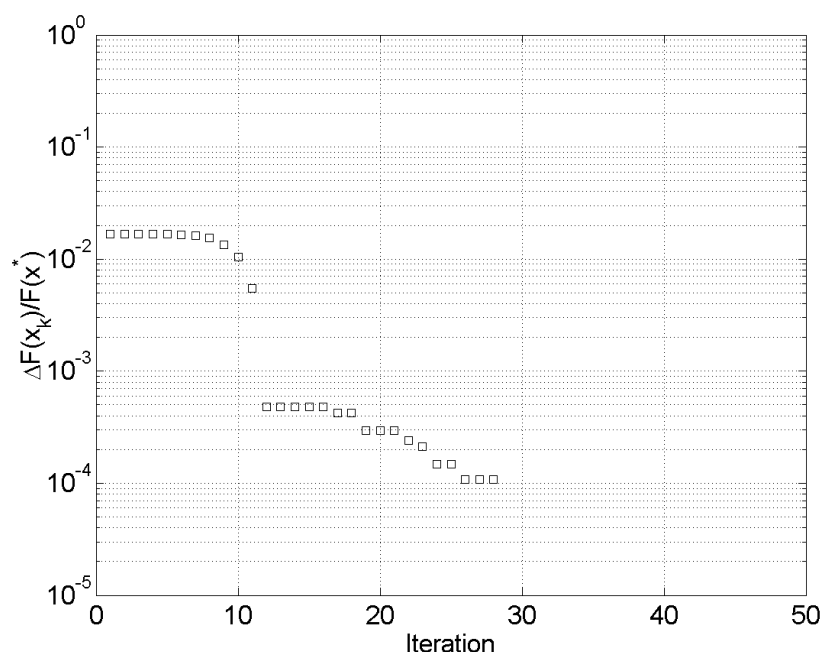


Figur 10. Konturplot af pris-/ydelsesforholdet som funktion af de optimerbare parametre. Konvergensforløbet for space mapping metoden er tillige vist. Afstanden mellem konturlinierne er 0,02 kr./kWh. Sammenlignes med figur 6, ses at metoden lader til at finde optimum hurtigere.

I figur 11 er vist den relative afvigelse i objektfunktionens værdi, i forhold til værdien i optimum.

Fra iteration 12 og frem er den relative afvigelse mindre end 0,1%, dvs. space mapping metoden kan i dette tilfælde finde en løsning med samme præcision som Nelder-Mead metoden, men med næsten halvt så mange simuleringer af den fine model.

Umiddelbart lader space mapping metoden til at være meget velegnet til løsning af det betragtede optimeringsproblem. Det skal dog mindes om at metoden kræver tilstedeværelse af en grov model, hvilket kan være tidskrævende at udvikle. For energisystemer er det dog ofte tilfældet at man har en hel række simple modeller, f.eks. statiske modeller, som direkte kan anvendes som grove modeller. Dermed er kravet ikke problematisk i forhold til de fleste energitekniske problemstillinger. Hvis forholdene er anderledes lader det dog til at det er muligt at generere grove modeller ud fra viden om tendenser for den fine model. Haves en sådan viden, kan det muligvis lade sig gøre at automatisere genereringen af grove modeller, baseret på simple aritmetiske udtryk. I dette tilfælde har det vist sig at den anvendte grove model var præcis nok til at kunne fungere som prædiktør for den fine model. Eventuelle uoverensstemmelser mellem den fine og den grove model burde blive justeret ved hjælp af den nævnte parameter mappings teknik, dvs. del af selve optimeringsproceduren som en bruger ikke behøver at tænke over.



Figur 11. Plot af den relative forskel mellem objektfunktionen i optimum og i de enkelte iterationer. Efter 12 simuleringer af den fine model er der opnået en løsning, hvor den relative afvigelse i objektfunktionens værdi i forhold til optimum er mindre end 0,1%.

En anden ulempe ved space mapping teknikken er, at den opfører sig uhensigtsmæssigt, når den skal håndtere punkter på randen af løsningsrummet. Dette er tilfældet når optimum

ligger på yderkanten af det domæne man undersøger. En sådan situation findes ved at se på ydelsen som funktion af rækkeafstand for solfangerfeltet, hvor den største ydelse fås ved store afstande. I dette tilfælde vil space mapping metoden have problemer med at finde optimum.

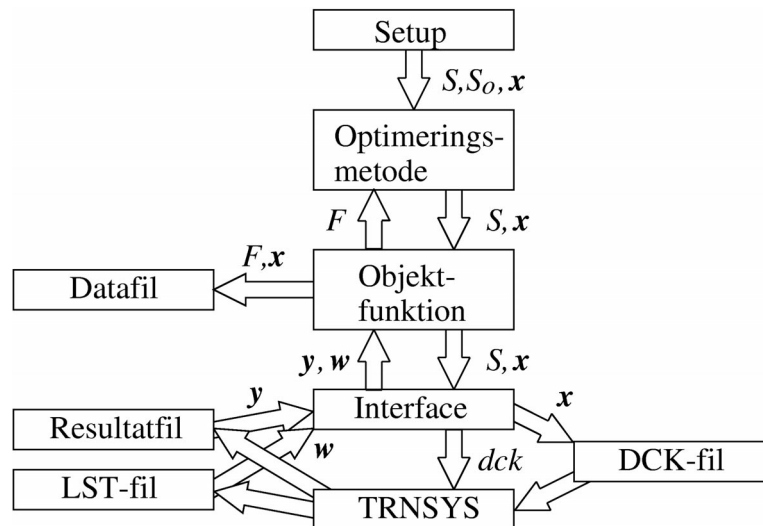
Hvordan dette problem skal løses, er der ikke taget stilling til på nuværende tidspunkt.

## 10 Struktur af matlab koden

Selve optimeringsmetoden er implementeret i MATLAB, som er et meget omfattende matematikprogram. I dette afsnit beskrives opbygningen af ”interfacet” mellem MATLAB koden og TRNSYS, dvs. hvordan MATLAB kommunikerer med simuleringsprogrammet TRNSYS. Koden består af følgende moduler:

- **Setup modul.** Her initialiseres diverse parametre, der benyttes af henholdsvis objektfunktionen og optimeringsmetoden. De datastrukturer, der indeholder disse parametre benævnes henholdsvis  $S$  og  $S_0$ . Desuden initialiseres de optimerbare parametre  $x$ .
- **Optimeringsmodul.** Dette modul benytter en optimeringsmetode til at beregne et estimat af  $x^*$ , ved at evaluere objektfunktionen i en række punkter.
- **Objektfunktions modul.** Den benyttede objektfunktion  $F$  er en økonomisk model, hvori solvarmeanlæggets ydelse indgår, der beregnes vha. TRNSYS. Hvis de aktuelle optimerbare parametre har medført konvergensproblemer eller andre former for problemer i TRNSYS, kan der lægges en strafværdi på  $F$ , således at optimeringsmodulet søger væk fra disse parametre. Objektfunktions modulet gemmer  $x$  og  $F$  i en datafil.
- **Interface til TRNSYS.** Dette modul modificerer den fil der beskriver modellen til simuleringsdelen i TRNSYS, kaldet en DCK-fil, med de optimerbare parametre  $x$ . Dernæst kaldes TRNSYS med navnet på filen, der foretager en simulering. Resultater samt status for simuleringen gemmes i henholdsvis en resultatfil samt en LST-fil, der scannes af interface modulet. Resultatfilen benyttes til at generere en vektor  $y$ , der indeholder ydelsen for hver måned. LST-filen benyttes til at generere en vektor  $w$ , der indeholder antal forekomster af forskellige typer fejlmeddelelser og advarsler i LST-filen.

I figur 8 er vist et flow-chart for koden.



Figur 8. Flow-chart for MATLAB koden, med angivelse af hvilke parametre, der benyttes af de forskellige moduler.

## 11 Konklusion

Vi har demonstreret at det er muligt at formulere dimensioneringsproblemer vedrørende energisystemer som optimeringsproblemer, et forhold der måske synes trivielt, dog viser sig at være afgørende, da mange problemer ikke kan omskrives til optimeringsproblemer.

Det er vist at optimeringen kan gennemføres af både Nelder-Mead metoden samt space mapping metoden.

Nelder-Mead metoden har en langsom slutkonvergens, hvilket medfører et højt antal simuleringer inden de optimale parametre er fundet. I det viste eksempel blev der fundet en tilfredsstillende løsning efter 22 simuleringer, og man må forvente et større antal simuleringer, inden optimum er fundet, for et større antal optimerbare parametre.

Space mapping metoden anvender to modeller i bestræbelsen for at finde de optimale parametre, et langsomt og eksakt model (den fine model) og en hurtigt men tilnærmet model (den grove model). I det aktuelle case blev en løsning fundet med samme præcision som med Nelder-Mead med 12 simuleringer med den fine model, dvs. næsten en halvering i forhold til Nelder-Mead metoden. Det skal understreges at antal simuleringer med den grove model ikke medregnes i sammenligningen, da det antages at beregningstiden for denne model er usignifikant i forhold til den fine model. Foreløbig er de to metoder ikke sammenlignet på problemer med flere end to optimerbare parametre, hvilket lægges ud til kommende arbejde.

For solvarmetekniker er flere forhold relevant at fremtrække:

Anlægget i Marstal står med rækkeafstand på 4,5 meter og en hældning på 40°. Det fundne optimum i den foreliggende rapport er en afstand på 4,9 meter og 31° hældning. I et område omkring optimum ændres pris-/ydelsesforholdet ikke nævneværdigt. Den i Marstal anvendte indstilling må dermed betragtes som ganske velegnet. Det må herudover fremhæves at man har dimensioneret anlægget efter at opnå høje ydelser i for- og efteråret, hvilket opnås ved at benytte en større hældning af solfangerne.

Et andet forhold er valg af grundprisen som er her på 200 kr. pr. m<sup>2</sup> hvilket er langt ud over den pris der f.eks. er betalt i Martal (< 50 kr.). Dette vil medføre at optimumet for afstanden mellem solfangerrækkerne vil være betragteligt større end beregnet. I det virkelige liv er forholdet dog mere bestemt af de fysiske forhold, f.eks. jordloddernes dimensioner, eksisterende veje og el-ledninger end ved grundpriserne.

## 12 Litteraturliste

- [1] J. A. Nelder and R. Mead  
*A simplex method for function minimization.*  
Computer Journal, vol. 7, pp. 308-313, 1965.
- [2] Heller, A. & Vejen, N.K.  
*Højtemperatursolfanger til solvarmecentraler- Indledende sammenligninger.*  
Rapport R-013, 2001, BYG\*DTU, Danmarks Tekniske Universitet, Brovej 1, DTU, 2800 Lyngby, Danmark, ISSN 1601-2917, ISBN: 87-7877-078-5.
- [3] Klein, S.A. and others.  
*TRNSYS - A Transient System Simulation Program.*  
Version 14.2, 1996, University of Wisconsin—Madsion, USA.
- [4] M. Bakr, J. Bandler, R. Biernacki, S. Chen and K. Madsen  
*A Trust Region Aggressive Space Mapping Algorithm for EM Optimization*  
IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 46, no. 12, December 1998
- [5] M. Bakr, J. Bandler, K. Madsen and J. Søndergaard  
*Space Mapping From a Mathematical Viewpoint*  
Publiceres i Optimization and Engineering, 2002
- [6] J. W. Bandler, R. M. Biernacki, S. H. Chen, P. A. Grobelny and R. H. Hemmers  
*Space mapping technique for electromagnetic optimization*  
IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 42, 1994, pp. 2536-2544
- [7] J. W. Bandler, R. M. Biernacki, S. H. Chen, R. H. Hemmers and K. Madsen  
*Electromagnetic optimization exploiting aggressive space mapping*  
IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 43, 1995, pp. 2874-2882